



高三数学

考生注意:

1. 本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分,共150分.考试时间120分钟.
2. 请将各题答案填写在答题卡上.
3. 本试卷主要考试内容:新高考全部内容.

第Ⅰ卷

一、选择题:本大题共8小题,每小题5分,共40分,在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 若 $z=1-3i$, 则 $\frac{\bar{z}}{|z|}$ 的虚部为

- A. $\frac{3\sqrt{10}}{10}$ B. $\frac{3\sqrt{10}}{10}i$ C. $-\frac{3\sqrt{10}}{10}$ D. $-\frac{3\sqrt{10}}{10}i$

2. 设集合 $A=\{x|x<x^2\}$, $B=\{x|x^2+x-6<0\}$, 则 $A\cap B=$

- A. $(0,1)$ B. $(-3,0)\cup(1,2)$
C. $(-3,1)$ D. $(-2,0)\cup(1,3)$

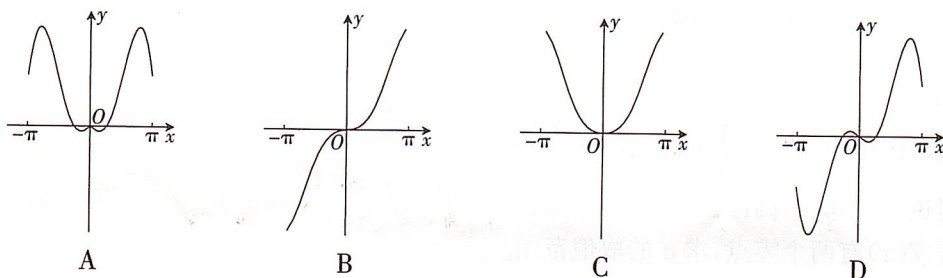
3. 2020年7月,我国湖北、江西等地连降暴雨,造成严重的地质灾害.某地连续7天降雨量的平均值为26.5厘米,标准差为6.1厘米.现欲将此项统计资料的单位由厘米换为毫米,则标准差变为

- A. 6.1毫米 B. 32.6毫米 C. 61毫米 D. 610毫米

4. 若 $0<b<1$, 则“ $a>b^3$ ”是“ $a>b$ ”的

- A. 必要不充分条件 B. 充分不必要条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

5. 函数 $f(x)=x^2\sin x-x\cos x$ 在 $[-\pi,\pi]$ 上的图象大致为



6. 某班级8位同学分成A,B,C三组参加暑假研学,且这三组分别由3人、3人、2人组成.若甲、乙两位同学一定要分在同一组,则不同的分组种数为

- A. 140 B. 160 C. 80 D. 100

7. 某艺术展览馆在开馆时间段(9:00—16:00)的参观人数(单位:千)随时间 t (单位:时)的变化近似满足函数关系 $f(t)=A\sin(\frac{\pi}{3}t-\frac{11\pi}{6})+5$ ($A>0, 9\leq t\leq 16$), 且下午两点整参观人数为

7 千,则开馆中参观人数的最大值为

- A. 1 万 B. 9 千 C. 8 千 D. 7 千

8. 太阳是位于太阳系中心的恒星,其质量 M 大约是 2×10^{30} 千克. 地球是太阳系八大行星之一,其质量 m 大约是 6×10^{24} 千克. 下列各数中与 $\frac{m}{M}$ 最接近的是(参考数据: $\lg 3 \approx 0.4771, \lg 6 \approx$

0.7782)

- A. $10^{-5.519}$ B. $10^{-5.521}$
C. $10^{-5.525}$ D. $10^{-5.523}$

二、选择题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分. 在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分,部分选对的得 3 分,有选错的得 0 分.

9. 已知双曲线 $C: x^2 - \frac{y^2}{6} = 1$, 则

- A. C 的离心率为 $\sqrt{7}$ B. C 的虚轴长是实轴长的 6 倍
C. 双曲线 $\frac{y^2}{6} - x^2 = 1$ 与 C 的渐近线相同 D. 直线 $y = 3x$ 上存在一点在 C 上

10. 若 $\tan 2x - \tan(x + \frac{\pi}{4}) = 5$, 则 $\tan x$ 的值可能为

- A. $-\frac{\sqrt{6}}{3}$ B. $-\frac{\sqrt{6}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{6}}{3}$ D. $\frac{\sqrt{6}}{2}$

11. 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E 是棱 CC_1 上一点, 且二面角 $C-AB-E$ 的正切值为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$, 则

- A. 异面直线 AE 与 BC 所成角的余弦值为 $\frac{\sqrt{15}}{5}$
B. B_1 到平面 ABE 的距离是 C 到平面 ABE 的距离的 $\sqrt{2}$ 倍
C. 直线 BE 与平面 BDD_1B_1 所成角的大小等于二面角 $C-AB-E$ 的大小
D. 在棱 AB 上一定存在一点 F , 使得 $C_1F \parallel$ 平面 BDE

12. 已知函数 $f(x)$ 的导函数为 $f'(x)$, 若 $f(x) < xf'(x) < 2f(x) - x$ 对 $x \in (0, +\infty)$ 恒成立, 则下列不等式中, 一定成立的是

- A. $f(1) > \frac{f(2)}{2}$ B. $f(1) < \frac{f(2)}{2}$
C. $f(1) < \frac{f(2)}{4} + \frac{1}{2}$ D. $\frac{f(2)}{4} + \frac{1}{2} < f(1)$

第 II 卷

三、填空题:本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分. 把答案填在答题卡中的横线上.

13. 设向量 a, b 满足 $|a| = 3, |b| = 1$, 且 $\cos \langle a, b \rangle = \frac{1}{6}$, 则 $|2a - b| = \underline{\hspace{1cm}} \blacktriangle$.

14. 设椭圆 $\frac{x^2}{2n^2+1} + \frac{y^2}{n^2+1} = 1 (n \in \mathbb{N}^*)$ 的焦距为 a_n , 则数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 $\underline{\hspace{1cm}} \blacktriangle$.

15. 不等式 $3^{x+1} < 4x + 5$ 的解集为 $\underline{\hspace{1cm}} \blacktriangle$.

16. 一个圆锥的表面积为 48π , 其侧面展开图为半圆, 当此圆锥的内接圆柱(圆柱的下底面与圆锥的底面在同一个平面内)的侧面积达到最大值时, 该内接圆柱的底面半径为 $\underline{\hspace{1cm}} \blacktriangle$.

四、解答题:本大题共 6 小题,共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分)

在① $\frac{a_{n+1}}{a_n} = -\frac{1}{2}$, ② $a_{n+1} - a_n = -\frac{1}{6}$, ③ $a_{n+1} = a_n + n - 8$ 这三个条件中任选一个,补充在下面的问题中,若问题中的 S_n 存在最大值,则求出最大值;若问题中的 S_n 不存在最大值,请说明理由.

问题:设 S_n 是数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和,且 $a_1 = 4$, _____,求 $\{a_n\}$ 的通项公式,并判断 S_n 是否存在最大值.

注:如果选择多个条件分别解答,按第一个解答计分.

18. (12 分)

2020 年 3 月,受新冠肺炎疫情的影响,我市全体学生只能网上在线学习.为了了解学生在线学习的情况,市教研院数学教研室随机从市区各高中学校抽取 60 名学生对线上教学情况进行调查(其中男生与女生的人数之比为 2:1),结果发现男生中有 10 名对线上教学满意,女生中有 12 名对线上教学不满意.

(1)请完成如下 2×2 列联表,并回答能否有 90% 的把握认为“对线上教学是否满意与性别有关”;

	满意	不满意	合计
男生			
女生			
合计			60

(2)以这 60 名学生对线上教学的态度频率作为 1 名学生对线上教学的态度概率,若从全市学生中随机抽取 3 人,设这 3 人对线上教学满意的人数为 X ,求随机变量 X 的分布列与数学期望.

附:参考公式 $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$, 其中 $n = a+b+c+d$.

$P(K^2 > k_0)$	0.10	0.05	0.025	0.010
k_0	2.706	3.841	5.024	6.635

19. (12 分)

在 $\triangle ABC$ 中, $\cos A = 4\cos C$, $\sin C = \frac{3\sqrt{21}}{14}$.

(1) 求 B ;

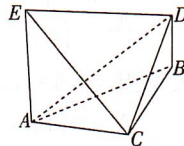
(2) 若 $\triangle ABC$ 的周长为 $5 + \sqrt{7}$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

20. (12 分)

如图, 已知 $AC \perp BC$, $DB \perp$ 平面 ABC , $EA \perp$ 平面 ABC , 过点 D 且垂直于 DB 的平面 α 与平面 BCD 的交线为 l , $AC = BD = 1$, $BC = \sqrt{3}$, $AE = 2$.

(1) 证明: $l \perp$ 平面 AEC .

(2) 设点 P 是 l 上任意一点, 求平面 PAE 与平面 ACD 所成锐二面角的最小值.



21. (12 分)

已知抛物线 C 的顶点为坐标原点 O , 对称轴为坐标轴, 且 C 经过点 $A(4, 6)$.

(1) 求 A 到 C 的焦点的距离;

(2) 若 C 的对称轴为 x 轴, 过 $(9, 0)$ 的直线 l 与 C 交于 M, N 两点, 证明: 以线段 MN 为直径的圆过定点.

22. (12 分)

已知函数 $f(x) = (x - \frac{1}{2})e^x + a(x + \frac{1}{2})^2$.

(1) 讨论 $f(x)$ 的单调性;

(2) 若 $f(x)$ 有两个零点, 求 a 的取值范围.